



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра инженерной графики и компьютерного моделирования

СПОСОБЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Методические указания к практическим занятиям
и самостоятельной работе для обучающихся бакалавриата по всем УГСН,
реализуемым НИУ МГСУ

© ФГБОУ ВО «НИУ МГСУ», 2024

УДК [514.18+004.9]:69
ББК 38.2-05
С73

Составители:

А.В. Иващенко, А.В. Степура, Е.А. Степура, А.И. Царев

Рецензент — кандидат технических наук *Т.А. Жилкина*,
доцент кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования НИУ МГСУ

С73 **Способы геометрического конструирования поверхностей, применяемых в строительстве** [Электронный ресурс] : методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе для обучающихся бакалавриата по всем УГСН, реализуемым НИУ МГСУ/ Мост.: А.В.Иващенко, А.В. Степура, Е.А. Степура, А.И. Царев © Мини|стерство науки и высшего образования Российской Федерации, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, кафедра инженерной графики и компьютерного моделирования. — Электрон. дан. и прогр. (1,8 Мб). — Москва : Издательство МИСИ – МГСУ, 2024. — URL: <http://lib.mgsu.ru/> — Загл. с титул. экрана.

Настоящие методические указания предназначены для использования на практических занятиях, а также при самостоятельной подготовке студентов к текущему контролю и промежуточной аттестации по дисциплине «Основы технологий информационного моделирования». В методических указаниях рассматриваются классификация поверхностей, используемых в качестве прототипов в строительном проектировании, способы конструирования такого рода поверхностей, особенности работы с их проекционными изображениями, а также возможности конструирования новых объектов на основе рассмотренных прототипов поверхностей, даны некоторые понятия параметризации поверхностей, их топологических преобразований как основ параметрического моделирования.

Для обучающихся бакалавриата по всем УГСН, реализуемым НИУ МГСУ.

Учебное электронное издание

Учебное электронное издание

**СПОСОБЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ,
ПРИМЕНЯЕМЫХ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ**

Составители: **Иващенко** Андрей Викторович, **Степура** Анна Вячеславовна,
Степура Екатерина Анатольевна, **Царев** Артур Игоревич

Редактор *Л.В. Светличная*
Корректор *Я.А. Травкина*
Компьютерная правка и верстка *О.Г. Горюновой*
Дизайн первого титульного экрана *Д.Л. Разумного*

Для создания электронного издания использовано:
Microsoft Word 2010, Adobe InDesign CS5.5, ПО Adobe Acrobat

Подписано к использованию 06.05.2024. Объем данных 1,8 Мб.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский
Московский государственный строительный университет».
129337, Москва, Ярославское ш., 26.

Издательство МИСИ – МГСУ.
Тел.: (495) 287-49-14, вн. 14-23, (499) 183-91-90, (499) 183-97-95.
E-mail: ric@mgsu.ru, rio@mgsu.ru

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ	6
1.1. Кинематический способ конструирования поверхностей	6
1.2. Поверхности, применяемые в строительстве.....	8
1.3. Каркасно-параметрический способ конструирования поверхностей	13
2. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ.....	17
2.1. Тонкостенные оболочки на основе многогранных поверхностей	17
2.2. Создание фрагмента поверхности эллиптического цилиндра	20
2.3. Создание фрагмента однополостного гиперболоида	23
2.4. Создание фрагмента гиперболического параболоида	24
2.5. Создание фрагмента геликоида	26
2.6. Моделирование пересечения двух цилиндрических поверхностей.....	27
Библиографический список	29

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания разработаны для студентов бакалавриата всех направлений подготовки. Цель разработки методических указаний — познакомить студентов строительных специальностей с классами поверхностей, используемых в качестве прототипов при проектировании зданий и сооружений, а также дать геометрические основы конструирования такого рода объектов и основные понятия параметризации поверхностей. В методических указаниях даны практические инструкции по созданию цифровых моделей некоторых широко используемых в строительстве прототипов поверхностей средствами программы `napoCAD`. Методические указания разработаны в соответствии с требованиями рабочей программы дисциплины «Основы технологий информационного моделирования».

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

1.1. Кинематический способ конструирования поверхностей

Конструирование каркаса поверхности

В архитектурно-строительном проектировании наиболее распространен кинематический способ конструирования поверхностей. Кривая поверхность может быть образована движением кривой линии, которая называется *образующей*, по другой кривой линии, которая называется *направляющей*, в соответствии с заданным алгоритмом (рис. 1.1). При этом получают каркас поверхности. Например, параллели и меридианы составляют каркас сферы. Каркас может быть дискретным или непрерывным. В частных случаях направляющих может быть две, три; форма образующей или направляющей может представлять собой прямую. Если и образующая, и направляющая будут прямыми, то поверхность выродится в плоскость. Заданные определенным образом образующая и направляющая составляют первое семейство линий, создающих поверхность. Во втором семействе линий положение направляющей займет образующая первого семейства, а положение образующей — направляющая первого семейства (рис. 1.1, а). При проектировании решетчатых конструкций как правило применяют оба семейства линий, чтобы обеспечить устойчивость конструкции.

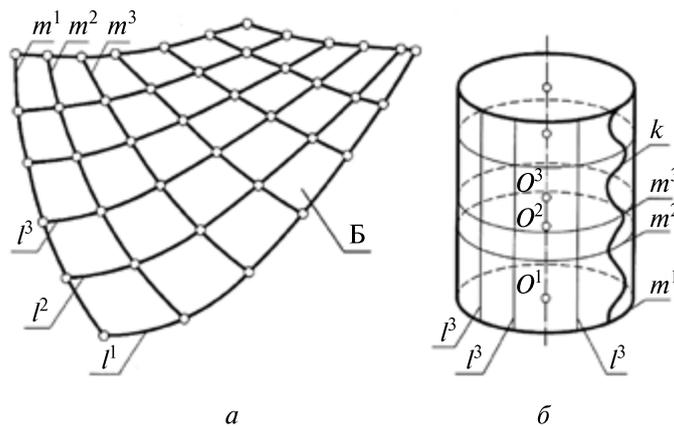


Рис. 1.1. Кинематический способ конструирования поверхностей:

- а — общий случай. Движением образующей l по направляющей m образована поверхность B ;
- б — движением прямой или кривой образующей параллельно оси i по направляющей m , имеющей форму окружности, образованы прямой круговой цилиндр (образующая l) или поверхность вращения свободного вида (образующая k)

Кинематический способ имеет недостаток: сложность исследования свойств поверхности из-за того, что на чертеже отсутствует аналитическое представление поверхности, а наличествует лишь сумма некоторых контурных линий.

Использование кривых линий в конструировании поверхностей

Кривые линии часто используются при моделировании различных криволинейных поверхностей в качестве направляющих, образующих или очерковых линий. Различные *винтовые поверхности* и *геликоиды* в качестве одной из направляющих имеют *винтовую линию* (рис. 1.3). Гиперболический параболоид можно получить, используя в качестве направляющей одну параболу, а в качестве образующей — другую параболу. С другой стороны, эту же поверхность можно получить, используя в качестве образующей прямую линию, в качестве направляющих — две скрещивающиеся прямые, при этом необходимо

выполнить дополнительное условие для кинематического способа образования поверхности: наличие плоскости параллелизма.

На нижеприведенном рис. 1.2, *а* показана поверхность, полученная протягиванием окружности вдоль траектории эллипса (образующая — окружность, направляющая — эллипс). Следует отметить, что кривые линии и поверхности на их основе изучаются различными методами в топологии, аналитической, дифференциальной, проективной, алгебраической, сферической, неевклидовой и начертательной геометриях. Это вызвано широкой распространенностью этих объектов в окружающем нас мире, с одной стороны, и необходимостью изучать физические свойства объектов, зависящие от геометрии формы, с другой.

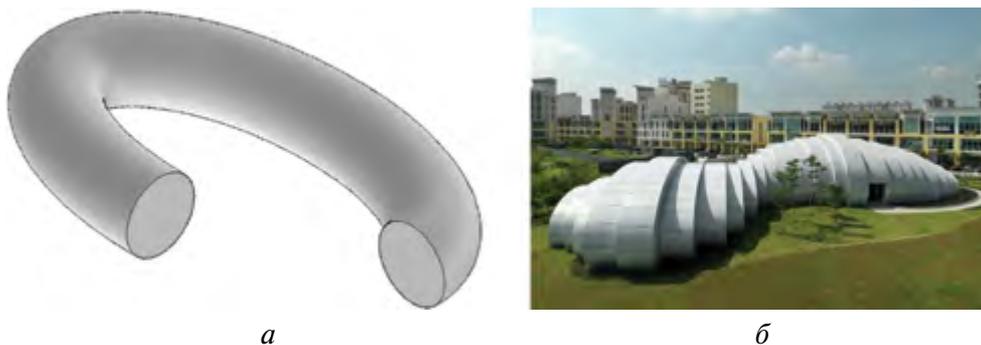


Рис. 1.2. Циклические поверхности:
а — поверхность с направляющей-эллипсом и образующей-окружностью;
б — использование прототипа циклической поверхности в архитектуре

Примером пространственной кривой служит цилиндрическая винтовая линия — пространственная кривая, расположенная на цилиндре вращения и пересекающая все его образующие под одним и тем же углом (рис. 1.3, *а*).

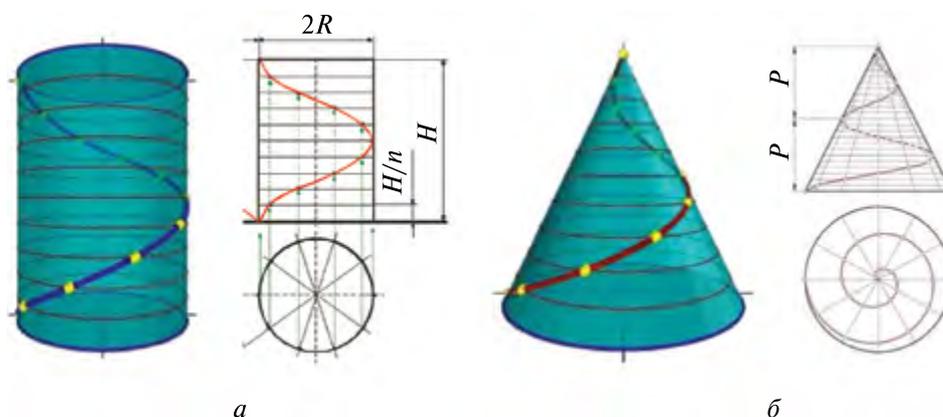


Рис. 1.3. Винтовые линии и их проекции:
а — цилиндрическая винтовая линия; *б* — коническая винтовая линия

Параметрическое уравнение винтовой линии задается следующей системой:

$$x(t) = a \cdot \cos(t);$$

$$y(t) = a \cdot \sin(t);$$

$$z(t) = bt,$$

где a, b — вещественные константы, не равные нулю.

Проекция цилиндрической винтовой линии на плоскость XOY является окружностью, а на плоскости XOZ или YOZ — синусоидой (рис. 1.3, *а*). Помимо цилиндрических

винтовых линий бывают конические винтовые линии; проекция такой линии на плоскость XOY является спиралью Архимеда (рис. 1.3, б).

Классификация поверхностей

Первичный признак любой поверхности — это ее геометрический вид, который является важнейшим признаком формы и определяет ее характер (сфера, куб, конус, параллелепипед и т.д.). По характеру очертаний поверхности можно разделить на 4 вида, которые в свою очередь можно выделить в две основные группы архитектурных поверхностей: первый и второй виды — *многогранные поверхности*, третий и четвертый — *кривые поверхности*.

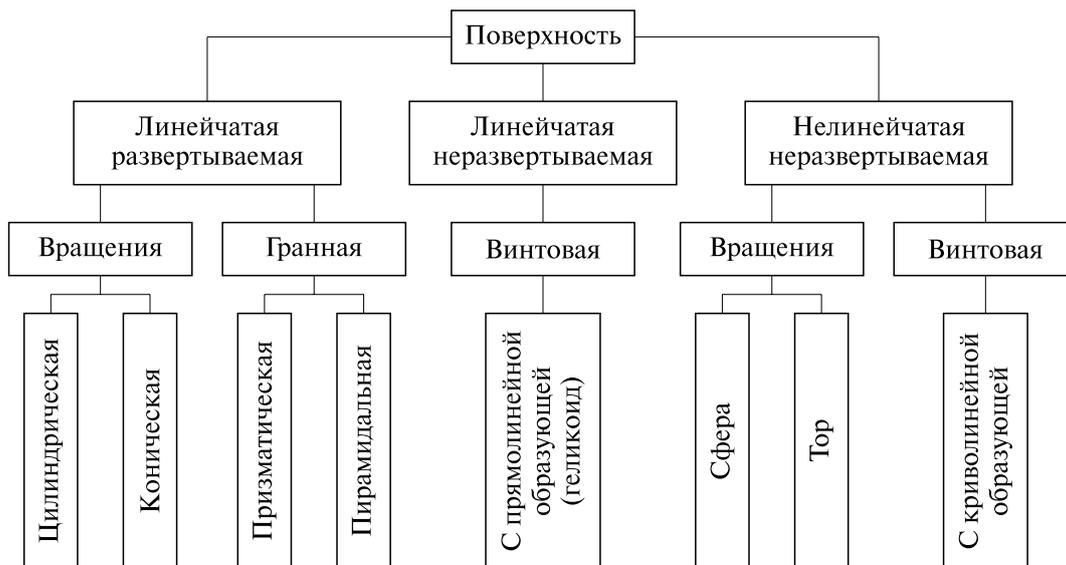


Рис. 1.4. Классификация поверхностей по способу образования: линейчатые и нелинейчатые поверхности

Первый вид: гранные поверхности, образованные параллельно-перпендикулярными плоскостями (куб, прямые призмы, параллелепипед).

Второй вид: поверхности, образованные наклонными плоскостями, имеющими неперпендикулярные грани (пирамиды, наклонные призмы, многогранники).

Третий вид: поверхности вращения (шар, цилиндр, конус, параболоиды, эллипсоиды и др. поверхности).

Четвертый вид — криволинейные поверхности (линейчатые поверхности — развертываемые и не развертываемые, циклические поверхности и др.).

На рис. 1.4 представлена классификация поверхностей по способу образования. Поверхности делятся на *линейчатые*: образующая — прямая линия и *нелинейчатые* — образующие — кривые линии разного вида. Линейчатые поверхности могут быть как развертываемыми, так и неразвертываемыми.

1.2. Поверхности, применяемые в строительстве

Многогранные поверхности

Геометрическое тело, со всех сторон ограниченное плоскими многоугольниками, называется многогранником. Многогранники делятся на правильные, полуправильные и неправильные. Правильные многогранники имеют грани, представляющие собой совершенно одинаковые правильные многоугольники. В вершинах у них пересекается одинаковое число ребер, имеющих одинаковую длину; а линейные углы и двугранные углы взаимно равны. Всего существует пять правильных многогранников (рис. 1.5), которые называют-

ся *платоновыми телами*. Полуправильные многогранники — это тела, у которых отсутствует одно из двух свойств правильных многогранников: все грани являются правильными многоугольниками и все грани одинаковы. К полуправильным многогранникам относят *архимедовы* и *каталановы тела*. Архимедовы — это тела, у которых отсутствует второе свойство, они могут быть получены путем срезания вершин у правильных многогранников.

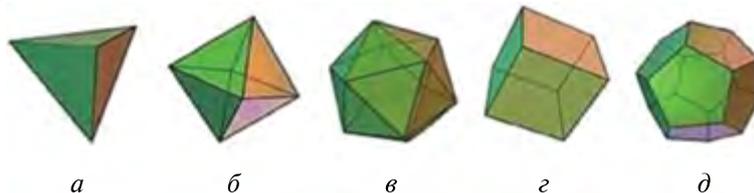


Рис. 1.5. Правильные многогранники:
a — тетраэдр; *б* — октаэдр; *в* — икосаэдр; *г* — гексаэдр (куб); *д* — додекаэдр

В результате грани представляют собой правильные, но не одинаковые многоугольники. Каталановы тела, для которых не выполняется первое свойство правильных многоугольников, состоят из одинаковых граней, которые при этом не являются правильными многоугольниками. Неправильные многогранники — это тела, у которых отсутствуют оба из двух свойств правильных многогранников: не все грани являются правильными многоугольниками, а грани не одинаковы (в каждой вершине может сходиться разное число граней).

Поверхности вращения

Поверхности вращения получают вращением образующей — прямой или кривой линии вокруг оси. Линейчатые поверхности вращения: цилиндр, конус, однополостный гиперболоид вращения получают вращением прямой вокруг оси (рис. 1.7, *a*, *б*, *в*). Вращением конического сечения вокруг его оси может быть образована поверхность вращения 2-го порядка: эллипсоид вращения, параболоид вращения, гиперболоид вращения и др. (рис. 1.6). Сферу можно рассматривать как частный случай эллипсоида вращения, у которого большая ось стала равна малой оси.

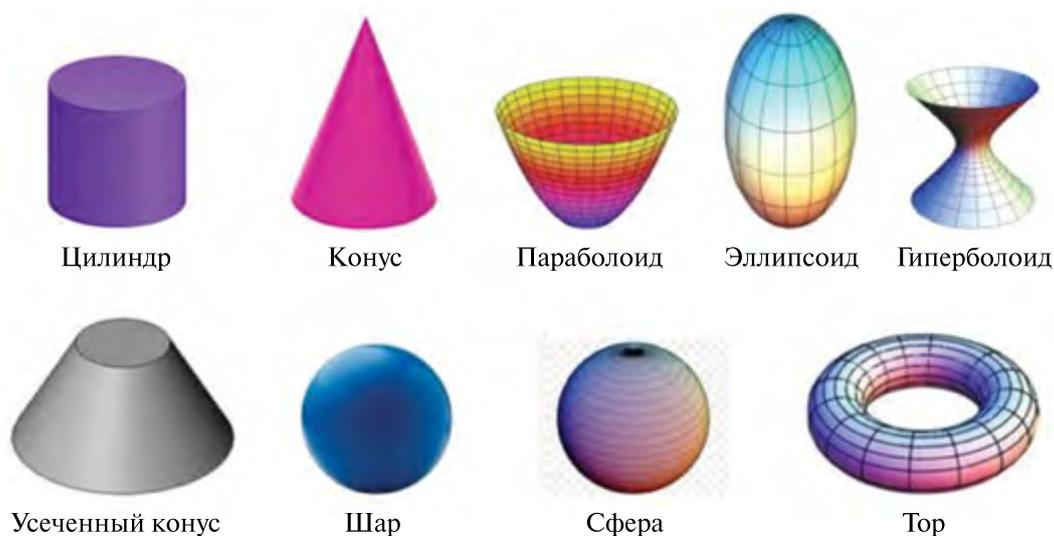


Рис. 1.6. Виды поверхностей вращения

Гиперболоид вращения можно образовать как однополый (с одной полостью), если осью вращения его является мнимая ось гиперболы (рис. 1.7, *в*), так и двуполый (состоящий из двух полостей), если ось вращения его совпадает с действительной осью гиперболы.

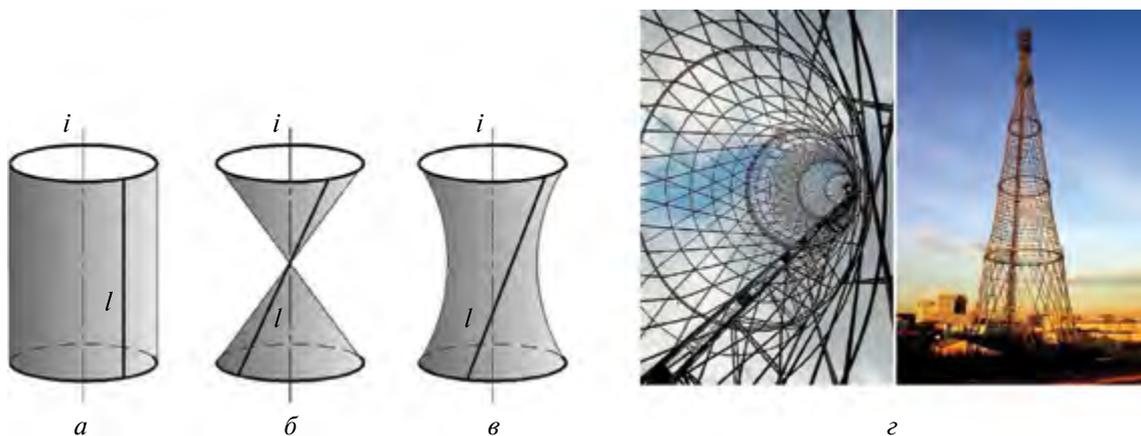


Рис. 1.7. Линейчатые поверхности вращения:

- a — цилиндр, образующая l параллельна оси i ;
- b — конус, образующая l пересекает ось i ;
- $в$ — гиперboloид вращения, образующая l скрещивается с осью i ;
- $г$ — башня Шухова — однополостный гиперboloид вращения

Сечение любой из представленных поверхностей 2-го порядка представляет собой одну из кривых 2-го порядка. Цилиндр и конус относятся к развертываемым поверхностям, так как при выполнении развертки такой поверхности она всеми своими точками совпадает с плоскостью.

Линейчатые развертывающиеся поверхности

Линейчатая поверхность, образованная скольжением прямой линии вдоль пространственной кривой линии по касательной к ней, относится к *развертывающимся поверхностям*. К этим поверхностям относятся, в частности, наклонные (эллиптические, если направляющей служит эллипс) конус и цилиндр (рис. 1.8, б, в). Кроме того, примером такого рода поверхности служит *поверхность с ребром возврата* или *торс*, как ее часто называют (рис. 1.8, а).

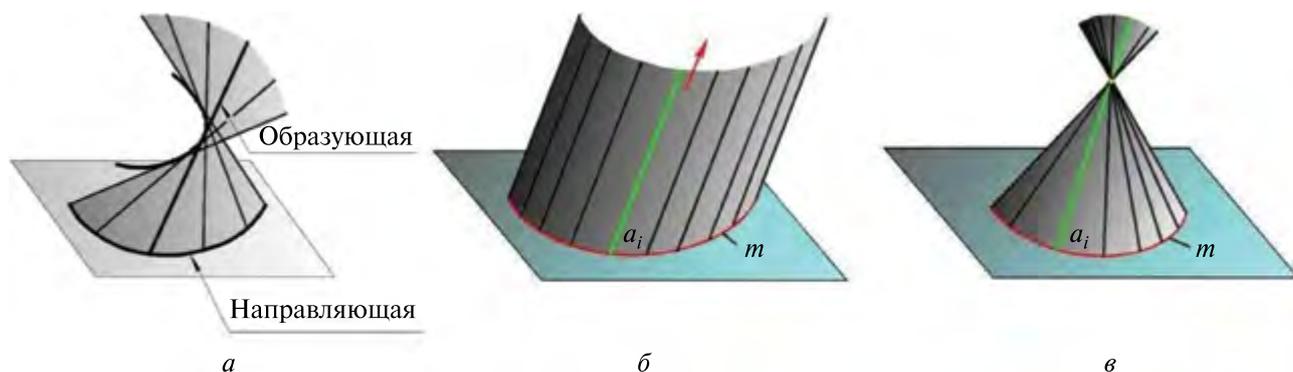


Рис. 1.8. Линейчатые развертывающиеся поверхности:

- a — поверхность с ребром возврата (торс);
- $б$ — наклонный цилиндр;
- $в$ — наклонный конус

Кривая направляющая, по касательной к которой скользит образующая, называется *ребром возврата* поверхности торса, так как на этой пространственной кривой находится геометрическое место точек возврата всех плоских кривых, получаемых в сечениях данной поверхности плоскостями (кроме положений секущей плоскости по касательной к ребру возврата) (рис. 1.8, а).

Линейчатые неразвертывающиеся поверхности. Поверхности с плоскостью параллелизма

Большим классом поверхностей, широко используемых в технике и строительстве, являются *линейчатые неразвертывающиеся поверхности*. К ним относятся поверхности с плоскостью параллелизма. Эти поверхности часто берут в качестве геометрической основы для моделирования и конструирования большепролетных перекрытий, так как они технологичны и красивы. Поверхности с плоскостью параллелизма могут быть образованы движением прямой образующей по двум направляющим линиям, которые могут быть как прямыми, так и кривыми. При этом образующая перемещается параллельно некоторой плоскости, которая называется *плоскостью параллелизма* данной поверхности. В зависимости от характера направляющих поверхности с плоскостью параллелизма делятся на три вида. Рассмотрим их на рис. 1.9.

Гиперболический параболоид (косая плоскость). Поверхность образуется движением прямой образующей параллельно некоторой плоскости (так называемой плоскости параллелизма) по двум прямым направляющим. Направляющие занимают положение скрещивающихся прямых; в противном случае, поверхность вырождается в плоскость.

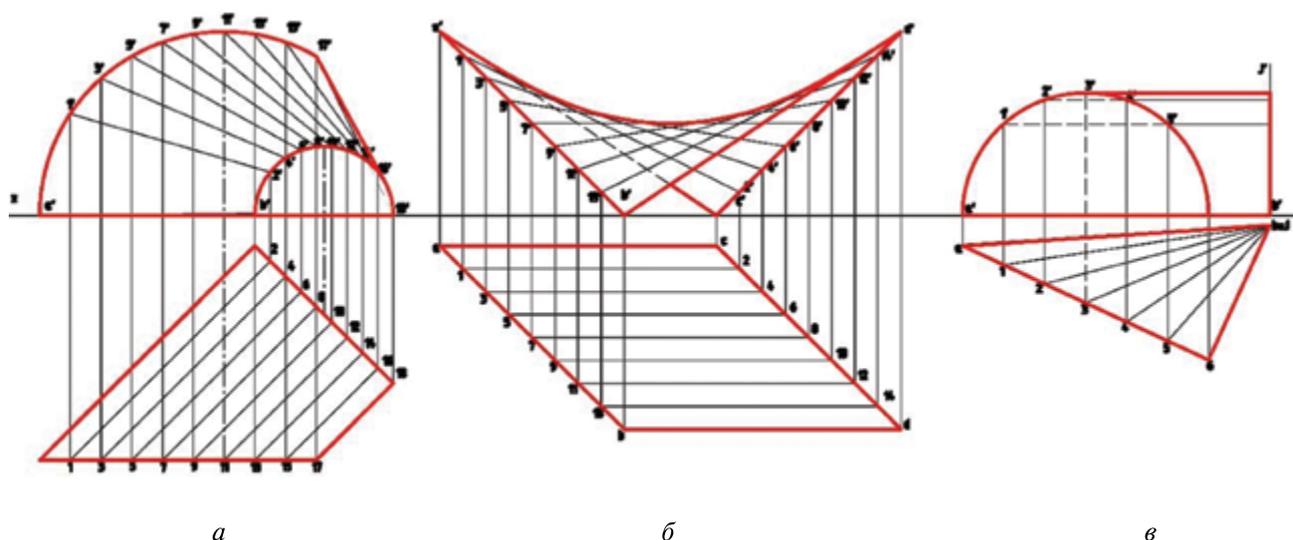


Рис. 1.9. Линейчатые поверхности с плоскостью параллелизма:
а — цилиндроиd; б — гиперболический параболоид; в — коноид

Нетрудно заметить, что данная поверхность имеет два семейства образующих и направляющих линий. Крайние положения образующей первого семейства принимают за направляющие второго семейства, соответственно, направляющие второго семейства занимают место крайних положений образующей данного отсека поверхности.

Если при этом плоскость параллелизма второго семейства линий перпендикулярна плоскости параллелизма первого семейства, то такой гиперболический параболоид называют прямым; в противном случае, такая поверхность называется наклонной. При проектировании такого вида конструкций обязательно используют оба семейства элементов поверхности, чтобы обеспечить устойчивость конструкции. При различных положениях секущей плоскости сечения поверхности гипара (так сокращенно называют гиперболический параболоид) представляют собой параболы и гиперболы. Еще одним способом получения данной поверхности является скольжение вершины одной параболы по другой параболе, при этом плоскости этих парабол остаются взаимно перпендикулярными (рис. 1.10).

Цилиндроиd. Поверхность образуется движением прямой (образующей) параллельно некоторой плоскости (параллелизма) по двум не параллельным и не лежащим в одной

плоскости кривым линиям (направляющим). Частным случаем цилиндриоида является рас- пространенная в технике поверхность, называемая винтовым цилиндриоидом. Направля- ющими кривыми этой поверхности являются две соосные винтовые линии (рис. 1.11).

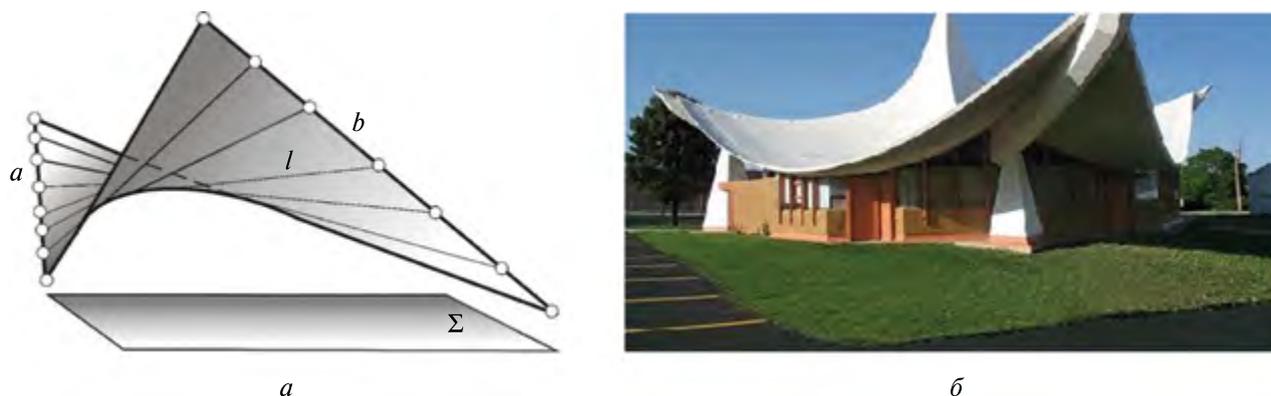


Рис. 1.10. Гиперболический параболоид:
a — способ образования; *б* — применение в архитектуре



Рис. 1.11. Применение поверхности цилиндриоид в современной архитектуре

Коноид. Поверхность образуется движением прямой образующей параллельно неко- торой плоскости (параллелизма) по двум направляющим: прямой и кривой, не лежащим в одной плоскости. Коноид называется прямым, если прямолинейная направляющая его перпендикулярна плоскости параллелизма (рис. 1.12, *a*); в противном случае, коноид яв- ляется наклонным (рис. 1.12, *б*).

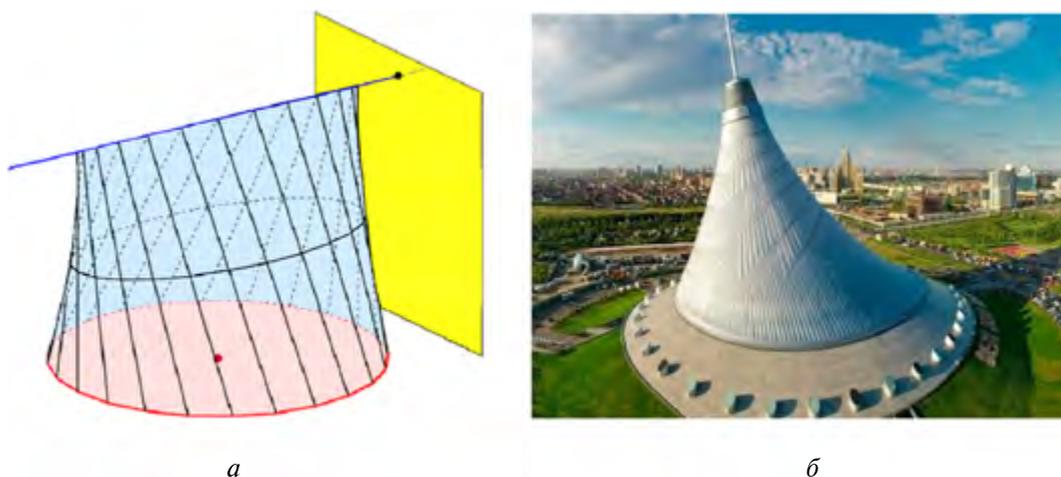


Рис. 1.12. Коноиды:
a — прямой коноид — прямая направляющая перпендикулярна плоскости параллелизма; кривая направляющая — окружность; *б* — применение поверхности коноид в архитектуре

Геликоиды. Если одна из направляющих, по которым движется прямая образующая, является винтовой линией — гелиссой, а вторая направляющая — прямая, то полученная винтовая поверхность называется геликоидом и, по сути, является разновидностью коноида (рис. 1.13). При пересечении геликоида с соосным ему цилиндром вращения образуется открытый геликоид. Винтовые поверхности широко применяются в архитектуре и технике (рис. 1.13, б).



Рис. 1.13. Геликоиды:
 а — проекционные изображения геликоидов — прямого и наклонного;
 б — использование поверхности геликоид в архитектуре

1.3. Каркасно-параметрический способ конструирования поверхностей

Параметризация поверхностей

Параметрическая геометрия, будучи одним из разделов геометрии как научной дисциплины, занимается исследованием параметров геометрических фигур. *Предметом* параметрической геометрии являются пространственные формы и их отношения. *Методом* параметрической геометрии является метод количественных оценок геометрических множеств. *Параметры* делятся на *параметры положения* и *параметры формы*. Параметры формы определяют метрику объекта, а параметры положения — определенное положение геометрического объекта в пространстве. Такие геометрические объекты, как точка, прямая, плоскость, не имеют параметров формы. *Параметраж фигур* — это определение независимых параметров, определяющих данный объект по форме и положению в пространстве. *Параметраж геометрических условий* включает: прохождение линии через точку; прохождение поверхности через точку; нахождение точки на заданном расстоянии от другой точки, линии, поверхности; прохождение линии на заданном расстоянии от другой линии, поверхности; нахождение поверхности на заданном расстоянии от другой поверхности; условия касания двух линий, двух поверхностей, линии и поверхности; условие перпендикулярности линий и поверхностей; условие пересечения линий и поверхностей; условие параллельности линий и плоскостей, а также другие условия. Каждое геометрическое условие имеет свое параметрическое число. При конструировании поверхности, содержащей каркас самых простых линий (прямых или окружностей), пользуются способом выделения поверхности из многопараметрических множеств линий — получения однопараметрического семейства линий.

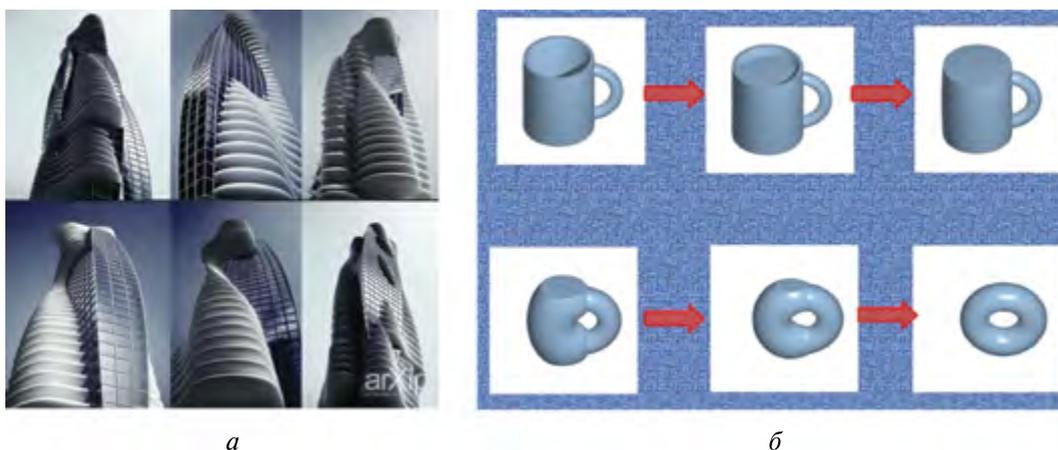


Рис. 1.15. Топологические преобразования формы:
 а — топологические преобразования формы здания;
 б — топологические преобразования формы объекта

Топология, изначально трактуемая как раздел математики и геометрии, изучающий свойства фигур или пространств, сохраняющихся при непрерывных деформациях, расширила свое влияние на многие области человеческой деятельности, в частности, на информационное моделирование сооружений (рис. 1.15, а). При параметрическом моделировании наличие взаимозависимости параметров приводит к тому, что вся модель меняется и автоматически перестраивается, оставаясь топологически связанной с исходным объектом. На основании такого подхода в современной архитектуре возникло понятие «топология зданий».

Геометрическое моделирование — это представление изделий с точки зрения их геометрических свойств. Геометрическая модель занимает важное место в САПР. Цель геометрического моделирования — это создание моделей для многих технических и технологических задач при разработке и изготовлении изделия. Например, задание геометрических свойств необходимо при моделировании с использованием метода конечных элементов, при выдаче рабочих чертежей и при подготовке их в электронном виде для станков с числовым программным управлением. История геометрического моделирования начинается с первых работ по машинной графике о графическом представлении и основе для алгоритмов удаления невидимых частей. Появляются первые системы для моделирования сплошных тел. В 70-х гг. в машиностроении начинается промышленное применение моделирования сплошных тел. *Геометрическая модель* изделия является машинным представлением его формы и размеров. Двумерная модель изделия, которая может включать реляционную информацию, отличается от модели для визуализации, которая содержит векторные данные. Цель геометрического моделирования — создание достаточно полного представления об объектах. Считается, что модель тем лучше, чем больше она учитывает ограничений, связанных с реальным объектом, его изготовлением и использованием. Двумерные модели, которые позволяют формировать и изменять чертежи, были первыми моделями, нашедшими применение. Они широко используются в промышленности до сих пор, так как существенно дешевле в отношении алгоритмов и программного обеспечения. Однако двумерное представление часто не совсем удобно для достаточно сложных изделий. Трехмерная модель служит для того, чтобы создать виртуальное представление изделия во всех трех измерениях. Выделяют *три основных типа трехмерных моделей*: каркасные («проволочные») модели; поверхностные модели; модели сплошных тел («объемные»). Исторически первыми появились *каркасные модели* (рис. 1.16, а). В них хранятся только координаты (x , y , z) вершин и соединяющие их ребра. *Поверхностная модель* позволяет описывать иногда достаточно сложные поверхности. Используются различные математические модели аппроксимации поверхностей (методы

Кунса, Безье, В-сплайны). Они позволяют изменять характер поверхности с помощью параметров. *Объемная модель* (рис. 1.16, б) позволяет представить сложные изделия с обеспечением логической связанности информации, в частности, благодаря введению понятия о материале. Объект представлен в модели охватывающей его «оболочкой». При этом, как и в каркасной модели, сохраняется информация геометрического и топологического типа, однако она более полная. Суммируя вышесказанное, отметим, что именно геометрическое конструирование и моделирование поверхностей, наряду с топологическими преобразованиями моделей, лежит в основе параметрического подхода.

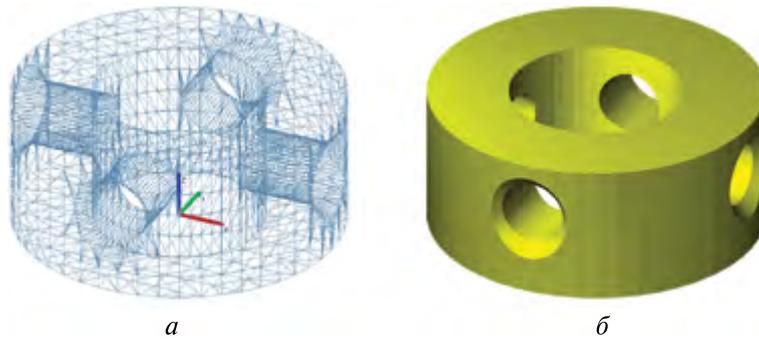


Рис. 1.16. Переход от каркасной модели к объемной модели:
а — каркасная модель; б — объемная модель (сплошное тело)

2. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

2.1. Тонкостенные оболочки на основе многогранных поверхностей

Оболочка на основе куба

1. Создать новый чертеж, установить лимиты для формата А3, создать слои «Оболочка куба» (цвет — зеленый, сделать текущим); «Сечение оболочки куба» (цвет — красный). Вид — «ЮЗ изометрия».

2. Выбрав команду 3-DBOX, создать параллелепипед со стороной 50, с координатами противоположных угловых вершин (0, 0, 0) и (50, 50, 50). Убедиться, что получился 3D solid, а не многогранная сеть.

3. Скопировать куб и переместить копию на 50 единиц вдоль положительного направления оси OX , используя ортогональный режим построения.

4. Применить к первоначальному кубу команду МАСШТАБ, указав базовую точку с координатами (25, 25, 25) и коэффициент 0,95 (рис. 2.1).

5. Вернуть сдвинутую копию куба и выполнить ВЫЧИТАНИЕ, выбрав больший куб, а в качестве вычитаемого — меньший куб (рис. 2.2).

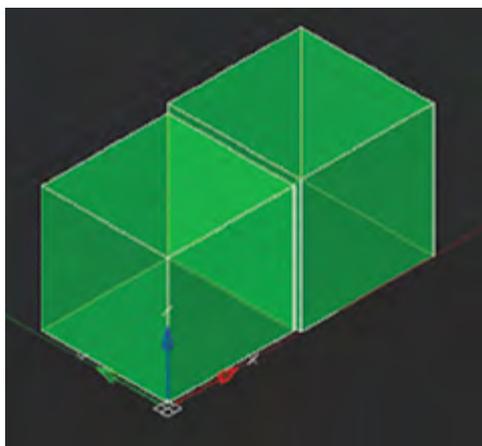


Рис. 2.1. Масштабирование куба

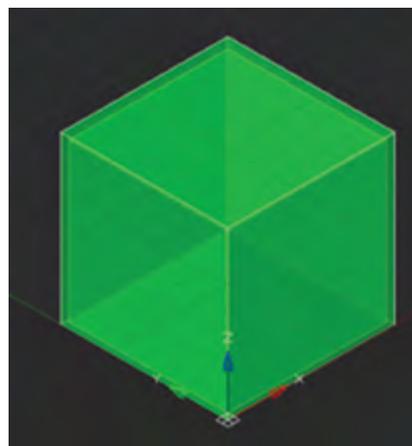


Рис. 2.2. Вычитание кубов

6. Выполнить к получившейся оболочке команду 3-ТЕЛО–РАЗРЕЗ, выбрав режим задания секущей плоскости по трем точкам: 1-я — на середине ребра нижней грани, лежащего на оси Y ; 2-я — на середине ребра боковой грани, лежащего на оси X ; 3-я — на середине ребра верхней грани; ребро параллельно плоскости YZ , но не лежит в ней. После разреза удалить часть оболочки, проходящей через начало координат (рис. 2.3).

7. Перейти в слой «Сечение оболочки куба» (сделать его текущим). Изменить визуальный стиль на ТОНИРОВАННЫЙ.

8. Выполнить команду ПСК по трем точкам:

- начало ПСК — левая нижняя вершина внешней границы сечения;
- направление оси OX — правая нижняя вершина внешней границы сечения;
- направление оси OY — вверх (относительно изображения на экране).

9. Начертить полилинию по вершинам сечения, последовательно обойти все внешние вершины сечения по часовой стрелке, вернуться к исходной, но не замыкать полилинию, а перейти к ближайшей вершине внутреннего контура, обойти его против часовой стрелки и замкнуть (рис. 2.4).

10. Применить к полилинии команду ПОЛРЕД, указав в опциях команды пункт ВЕРШИНА (текущая вершина обозначена крестом, переход к следующей достигается соответствующими опциями команды), а затем пункт ПЕРЕНЕСТИ, и отодвинуть вершину от совпадающей с ней (рис. 2.5).

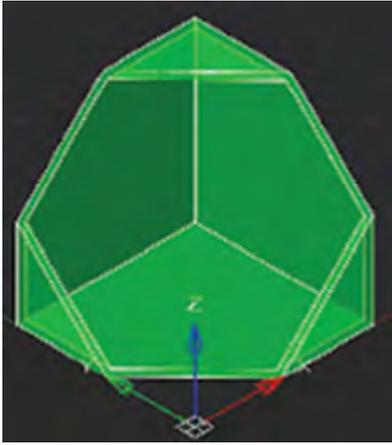


Рис. 2.3. Разрез оболочки

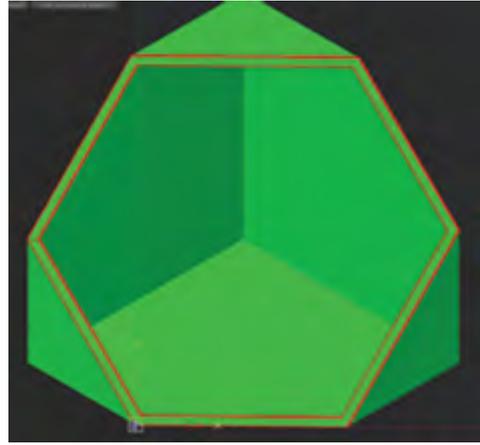


Рис. 2.4. Полилиния в сечении

11. Затем разыскать одну из двух совпадающих вершин внутреннего контура и сделать то же самое, при этом необходимо следить, чтобы новое положение вершины не привело к самопересечению полилинии (рис. 2.6).

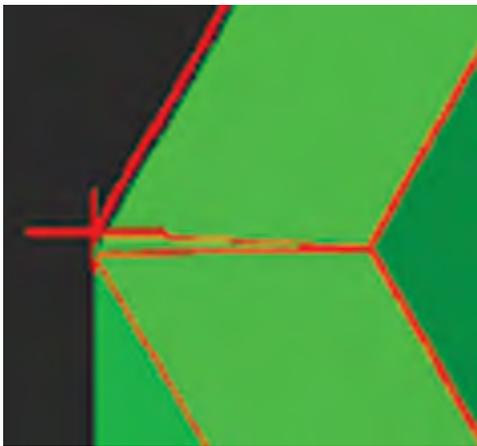


Рис. 2.5. Совмещенная вершина

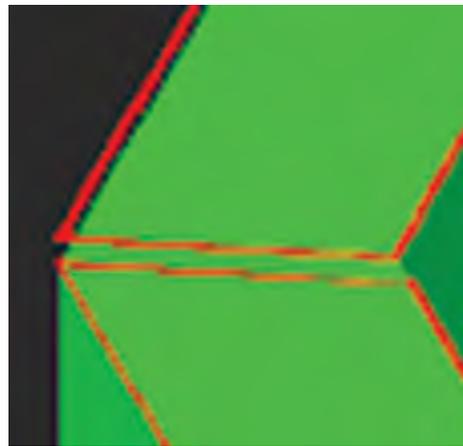


Рис. 2.6. Перенос точки

12. Потом применить к полилинии команду ВЫДАВЛИВАНИЕ, указав величину выдавливания 0,25 (рис. 2.7).

13. Вернуть мировую систему координат. Посмотреть на сечение оболочки в разных изометрических видах (рис. 2.8).



Рис. 2.7. ЮЗ Изометрия

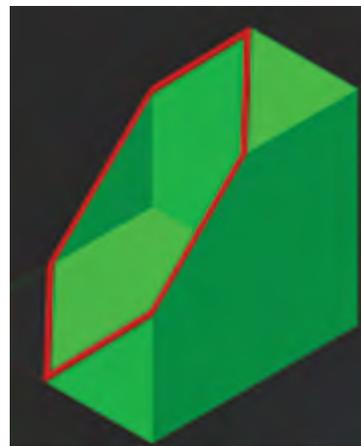


Рис. 2.8. ЮВ Изометрия

14. Выключить слои «Оболочка куба» и «Сечение оболочки куба».

Оболочка на основе октаэдра

1. Создать слои «Оболочка октаэдра» (цвет — синий), «Сечение оболочки октаэдра» (цвет — красный). Перейти в слой «Оболочка октаэдра».
2. Выполнить команду 3-ПИРАМИДА, указав опцию СТОРОНЫ, число сторон — 4, затем выбрать опцию КРОМКА и указать координаты концевых точек стороны (17,67, 0) и (0, 17,67), высоту 17,67. Получаем верхнюю половину октаэдра.
3. Повторяем пункт 3, указав в качестве высоты: $-17,67$ (минус).
4. Выполняем команду ОБЪЕДИНЕНИЕ для обеих половин октаэдра. Строим сечение аналогично пунктам 3–14 для оболочки и сечения оболочки на основе куба. (Базовая точка для масштабирования — начало координат. Плоскость сечения определяем серединами ребер, не принадлежащих одной грани). Выключить слои оболочки октаэдра и ее сечения.

Оболочка на основе произвольного тетраэдра, заданного координатами вершин

1. Создать слои «Вершины и проекции» (цвет — желтый), «Тетраэдр» (цвет — фиолетовый), «Сечение тетраэдра» (цвет — красный). Перейти в слой «Вершины и проекции». Объектную привязку сделать по узлу (в $2D$ и $3D$).
2. Выполнить команду ТОЧКА четыре раза, указав следующие координаты: (30, 20, 50), (10, 50, 30), (70, 60, 40), (50, 10, 10). Отображение точек сделать окружностями радиуса 2 в абсолютных единицах (рис. 2.9).
3. Выполнить команду ПОЛИЛИНИЯ, начертив выпуклую оболочку проекций вершин на плоскость XU (то есть замкнутый плоский выпуклый четырехугольник), начав с точки с минимальной координатой z (то есть с точки (50, 10, 10)). Посмотреть в различных изометрических видах (рис. 2.10).

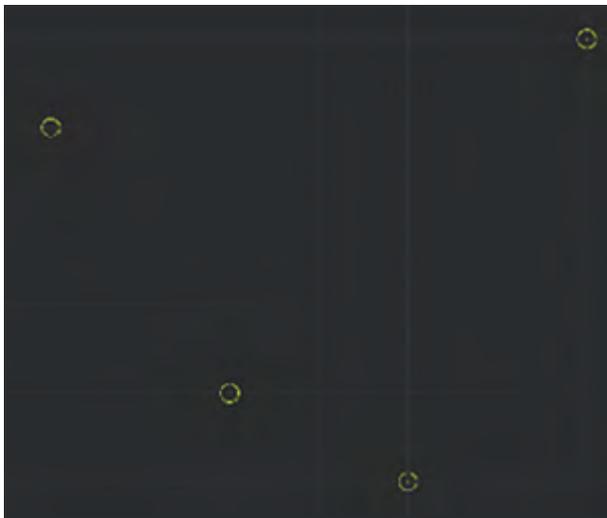


Рис. 2.9. Точки-вершины

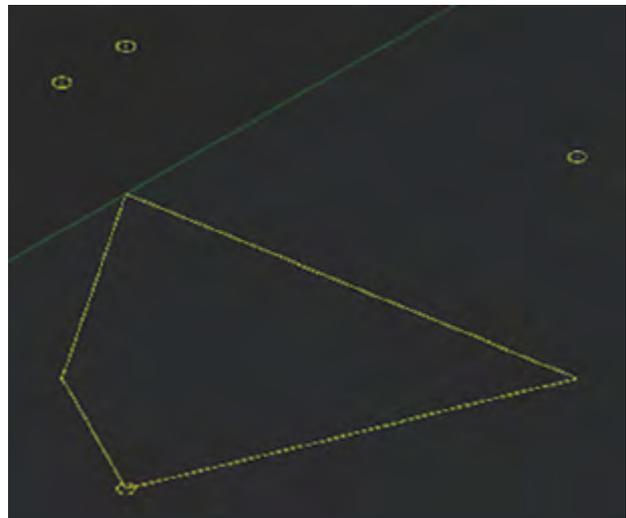


Рис. 2.10. Контур проекций вершин

4. Применить к полилинии команду ВЫДАВЛИВАНИЕ, указав в качестве величины высоты выдавливания разность между координатами z высшей и низшей точек (40), при этом направление выдавливания должно совпадать с положительным направлением оси OZ . Переместить в слой «Тетраэдр».
5. Проконтролировать тип объекта, и если выдавленный объект не $3D$ solid, а параметрическое тело, то выполнить команду РАЗБИВКА (Внимание! Разбивку проводить однократно, иначе объект распадется на грани, и дальнейшая работа станет невозможной), (рис. 2.11). Визуальный стиль сменить на ПРОСВЕЧИВАНИЕ (рис. 2.12).

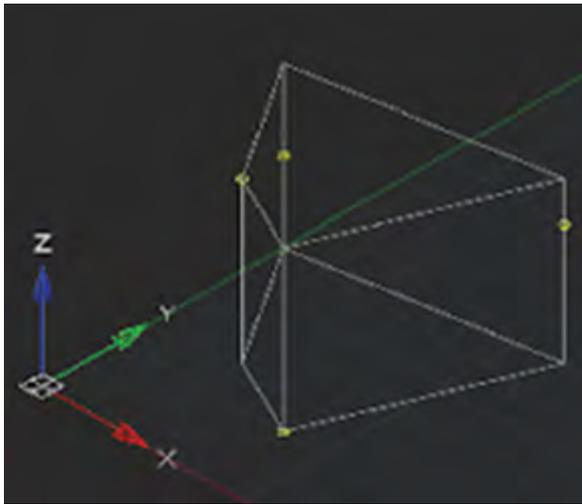


Рис. 2.11. Разбивка объекта

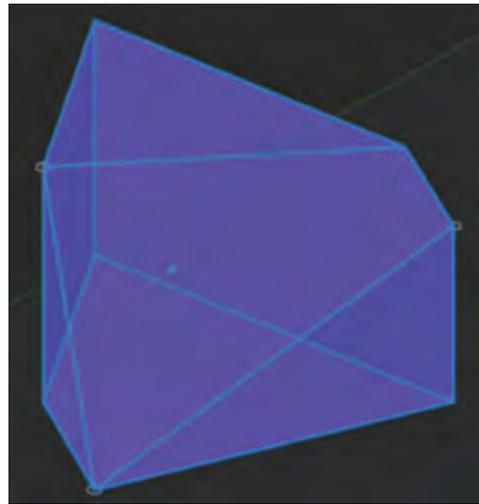


Рис. 2.12. Смена визуального стиля

6. Последовательно выполнить команду РАЗРЕЗ (SLICE) 4 раза, каждый раз определяя плоскость разреза по трем точкам (указывая в качестве таковых три вершины из четырех) и оставляя ту часть многогранника, которая определяется четвертой вершиной. Работать с привязками УЗЕЛ, остальные отключить во избежание ложного срабатывания (рис. 2.13).

7. Скопировать полученный тетраэдр и переместить вдоль оси OX ; масштабировать оригинальный тетраэдр с масштабным коэффициентом 0,95 в базовой точке, представляющей собой центр вписанной окружности (для конкретного тетраэдра эта точка с координатами (37,1732, 32,8866, 33,7979)); вернуть перемещенный тетраэдр на свое место; вычесть из внешнего тетраэдра внутренний, получив таким образом оболочку (рис. 2.14).

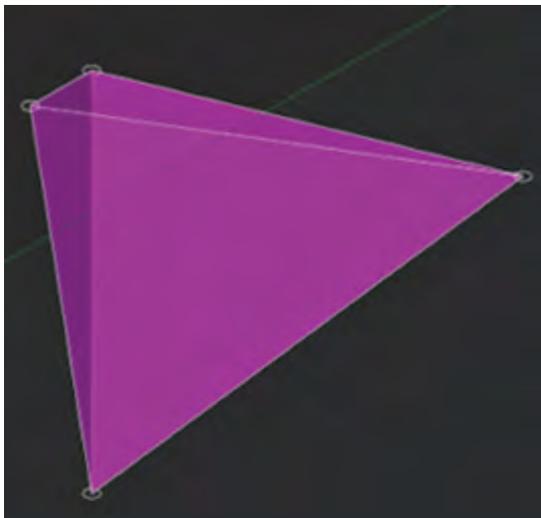


Рис. 2.13. Тетраэдр

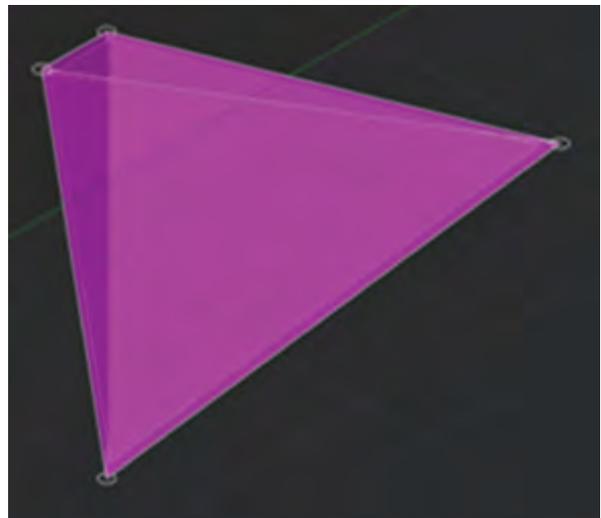


Рис. 2.14. Оболочка на основе тетраэдра

8. Сделать сечение произвольной плоскостью, но пересекающей все четыре грани оболочки; обозначить и выдавить сечение аналогично соответствующим пунктам получения оболочки на основе куба.

2.2. Создание фрагмента поверхности эллиптического цилиндра

1. Настроить лимиты чертежа для А3, выключить сетку за пределами лимитов. Создать слои: «Эллипсы» (цвет — белый), «Цилиндры» (цвет — зеленый), «Секущие плоскости» (цвет — голубой), «Сечения» (цвет — красный).

2. Перейти в слой «Эллипсы». Выполнить команду ЭЛЛИПС, указав первую точку оси эллипса с координатами (0, 10); вторую точку — с координатами (14, 14, 0); длина второй полуоси 5 (рис. 2.15).

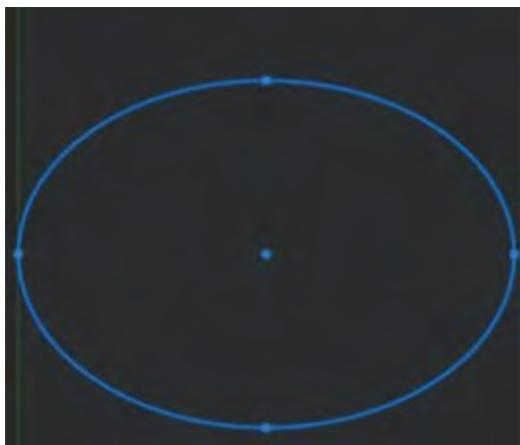


Рис. 2.15. Эллипс

3. Выполнить команду ПОДОБИЕ, указав величину смещения 0,01, выбрав построенный эллипс и указав внутреннюю точку эллипса (рис. 2.16).



Рис. 2.16. Подобие эллипса

4. Выполнить команду ВЫДАВЛИВАНИЕ для обоих эллипсов, указав в качестве высот выдавливания для внешнего эллипса 100, для внутреннего — 110. Перенести получившиеся цилиндры в слой «Цилиндры». Посмотреть в концептуальном или реалистичном визуальном стиле (рис. 2.17).



Рис. 2.17. Цилиндры

5. Выполнить команду ВЫЧИТАНИЕ, указав вначале более низкий и широкий цилиндр, затем более высокий и узкий цилиндр (рис. 2.18).



Рис. 2.18. Вычитание цилиндров

6. Перейти в слой «Секущие плоскости». Выполнить команду ПСК по трем точкам. Начало координат в точке (0, 0, 0). Направление оси OX задать точкой с координатами (1, 0, 0). Направление оси OY — точкой (0, 1, 1) (рис. 2.19).

7. В новой системе координат построить параллелепипед с координатами диагонально противоположных углов (0, 0, 0) и (25, 25, 0,01) (рис. 2.20). Скопировать цилиндрическую оболочку и наклонный параллелепипед в буфер обмена (предварительно выделить эти объекты и нажать $Ctrl + C$).

8. Выполнить команду ПЕРЕСЕЧЕНИЕ, указав в качестве объектов цилиндрическую оболочку и наклонный параллелепипед. Получившийся объект перенести в слой «Сечения» (рис. 2.21). Убедиться в том, что сечение представляет собой окружность (рис. 2.22).

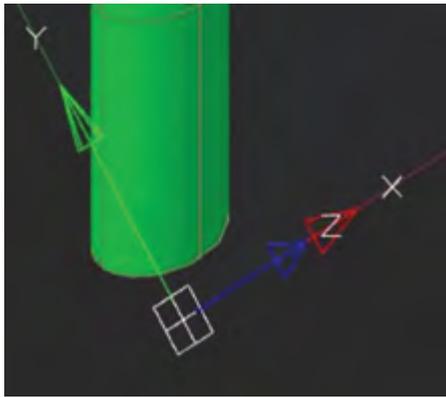


Рис. 2.19. Изменение ПСК

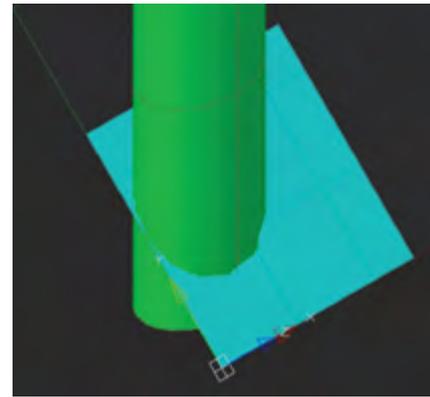


Рис. 2.20. Секущая плоскость



Рис. 2.21. Сечение

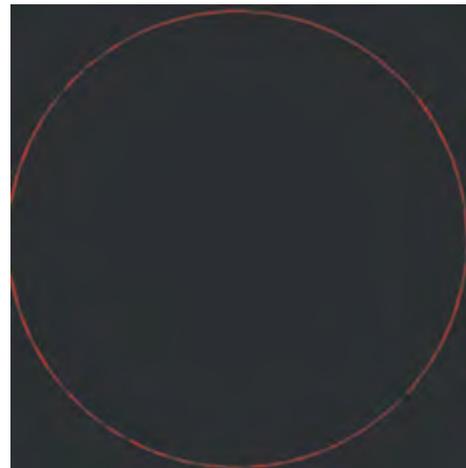


Рис. 2.22. Сечение (вид сверху)

9. Вставить из буфера обмена цилиндрическую оболочку и наклонный параллелепипед (представляющий секущую плоскость), нажав *Ctrl + V* и используя объектную или шаговую привязку. Переместить объекты в свои слои и высветить в визуальном стиле ПРОСВЕЧИВАНИЕ (рис. 2.23).



Рис. 2.23. Цилиндр и плоскость

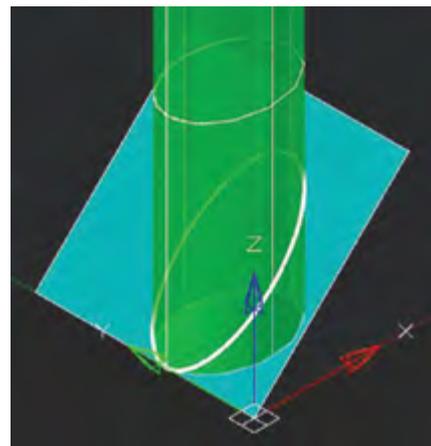


Рис. 2.24. Сечение цилиндра

10. Повторить сечение для секущей плоскости, определяемой тремя точками с координатами $(0, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ и $(1, 0, 1)$. Можно получить либо 3D-отражением, либо 3D-поворотом, либо построением по точкам в новой ПСК аналогично пп. 6 и 7. Убедиться, что сечение представляет собой эллипс с большим эксцентриситетом, чем нормальное сечение цилиндра (рис. 2.24).

2.3. Создание фрагмента однополостного гиперboloида

1. Настроить лимиты чертежа для А3, выключить сетку за пределами ЛИМИТов, показать все поле чертежа. Создать три слоя: «Ось и образующая» (цвет — синий), «Гиперboloид» (цвет — зеленый) и «пересечение с плоскостью» (цвет — красный). Сделать слой «Ось и образующая» текущим слоем.

2. Начертить отрезок с координатами концевых точек (50, 0, 0) и (150, 100, 0) — ось вращения будущего гиперboloида (команда ОТР) — и прямоугольник по 2 точкам с координатами противоположных вершин (0, 50) и (200, 51), представляющий образующую гиперboloида (команда ПРЯМОУГ). Переместить (команда 3-П) прямоугольник на 10 единиц вдоль оси OZ (после чего прямоугольник и отрезок должны лежать в параллельных плоскостях) (рис. 2.25).

3. Выполнить команду 3-ТЕЛО — ВРАЩЕНИЕ, указав в качестве объекта вращения прямоугольник, в качестве оси вращения — отрезок (используя подходящие привязки), установить угол вращения 360° . Переместить получившийся гиперboloид в соответствующий слой (рис. 2.26). Посмотреть в различных ракурсах.

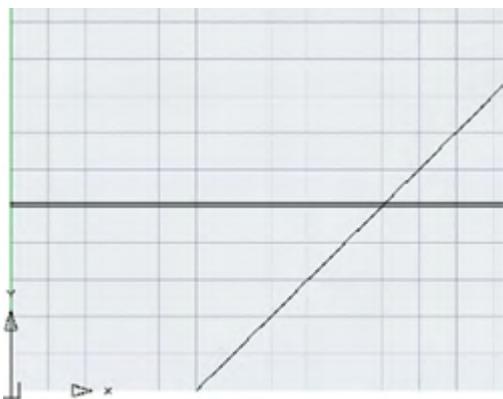


Рис. 2.25. Образующая



Рис. 2.26. Вращение образующей

4. Создать прямоугольный параллелепипед с размерами и положением, обеспечивающими пересечение его с однополостным гиперboloидом, после чего выполнить команду ПЕРЕСЕЧЕНИЕ, указав в качестве операндов параллелепипед и гиперboloид (рис. 2.27).



Рис. 2.27. Гиперboloид и параллелепипед



Рис. 2.28. Сечение гиперboloида вертикальной плоскостью

5. Перейти в слой «Пересечение с плоскостью», провести линию сечения по срезу, используя в случае необходимости привязки и при необходимости меняя ПСК (рис. 2.28).

2.4. Создание фрагмента гиперболического параболоида

1. Настроить лимиты чертежа для А3, выключить сетку за пределами ЛИМИТов, показать все поле чертежа. Создать три слоя: «Парабола» (цвет — желтый), «Гиперболический параболоид» (цвет — зеленый) и «Пересечение с плоскостью» (цвет — красный). Сделать слой «Парабола» текущим. Установить объектные привязки КОНТОЧКА и ПЕРЕСЕЧЕНИЕ.

2. Начертить отрезок с координатами концевых точек $(0, 0)$ и $(0, 110)$, с помощью команды копирования (КП) сделать 21 копию отрезка, каждая из которых отстоит от предыдущей на 10 единиц вдоль оси X (использовать шаговую привязку).

3. Провести 10 отрезков с правыми концевыми точками с координатами $(100, 0)$ и левыми концевыми точками с координатами соответственно $(0, 10)$, $(0, 20)$... $(0, 100)$. Затем с помощью команды ЗЕРКАЛО с осью отражения, проходящей через отрезок с концевыми точками с координатами $(100, 0)$ и $(100, 110)$, получить еще 10 отрезков.

4. Начертить полилинию (выполнить команду ПЛ), проходящую через точки пересечения вертикальных и наклонных отрезков, получив в результате параболу, аппроксимированную отрезками. Для сглаживания полилинии выполнить команду ПОЛРЕД, выбрать полилинию, затем выбрать пункт СПЛАЙН в опциях команды. Получится сглаженная парабола (рис. 2.29). Убрать линии построения.

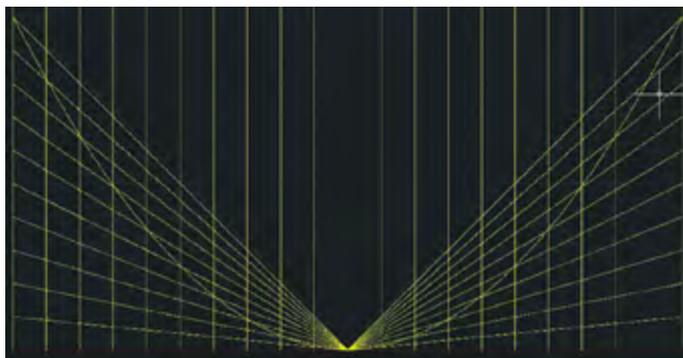


Рис. 2.29. Направляющая парабола для создающейся поверхности

5. Скопировать параболу, отразив ее относительно оси OX командой ЗЕРКАЛО.

6. Выполнить команду ПОДОБИЕ, сместив скопированную параболу на 1 единицу вниз, и соединить отрезками конечные точки последних двух парабол (появившуюся после отражения и появившуюся после выполнения команды подобия).

7. Выполнить команду ПОЛРЕД, указать одну из двух последних парабол, выбрать пункт ДОБАВИТЬ в опциях команды и указать вторую из двух последних парабол и оба связывающих их отрезка, после чего обе последние параболы и отрезки образуют единую замкнутую линию (рис. 2.30).

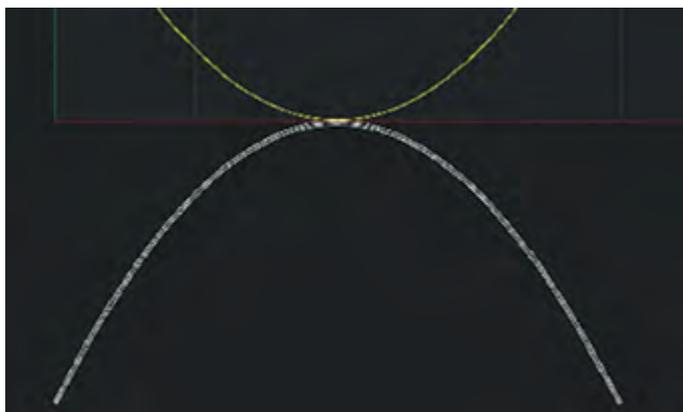


Рис. 2.30. Парабола-образующая создающейся поверхности

8. Применить команду 3-ПОВ к полилинии, развернув ее на 90° относительно оси симметрии.

9. Выполнить копирование несколько раз образующей параболы, используя в качестве базовой точки ее вершину и помещая копии в вершины сплайна направляющей параболы; использовать объектные привязки по конечной точке. Чем чаще размещены копии, тем точнее будет результат (рис. 2.31).

10. Выполнить команду LOFT, указывая последовательно поперечные сечения (рис. 2.32).

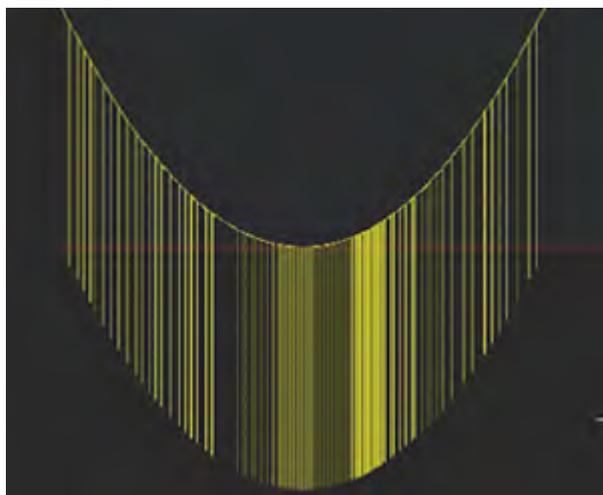


Рис. 2.31. Копирование парабол

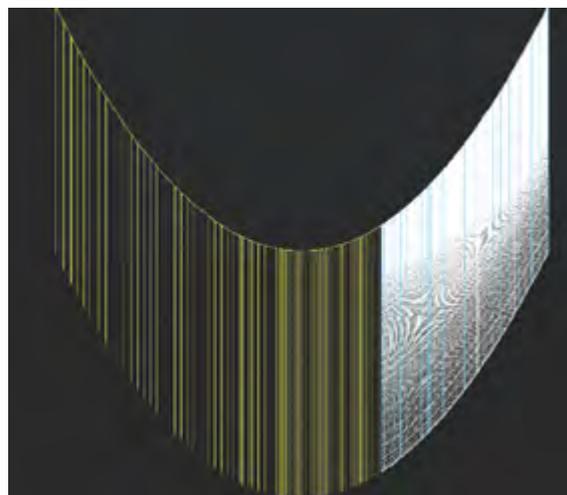


Рис. 2.32. Вытягивание по сечениям

11. Перенести полученный гиперболический параболоид в слой «Гиперболический параболоид», установить изометрический вид и стиль изображения ТОНИРОВАННЫЙ (рис. 2.33).

12. Выполнить команду SLICE (РАЗРЕЗ) на полученном гиперболическом параболоиде по трем точкам, выбрав их по собственному усмотрению, получить часть оболочки (рис. 2.34).



Рис. 2.33. Гиперболический параболоид

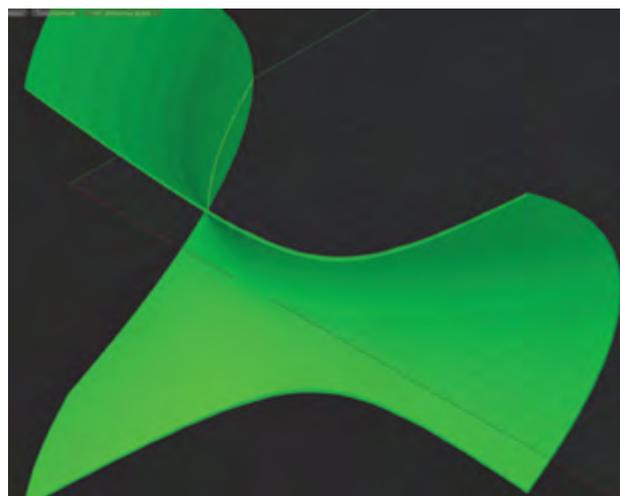


Рис. 2.34. Разрез гиперболического параболоида

13. Перейти в слой «Пересечение с плоскостью», провести линию сечения по срезу, используя в случае необходимости привязки и сменив ПСК.

2.5. Создание фрагмента геликоида

1. Настроить лимиты чертежа для А3, выключить сетку за пределами ЛИМИТов, показать все поле чертежа, создать 2 слоя: «Геликоид» (цвет — зеленый) и «Пересечение с плоскостью» (цвет — красный). Стиль визуализации — КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ. Сделать слой «Геликоид» текущим.

2. Построить прямоугольный параллелепипед с координатами противоположных углов $(0, -0,5, 0)$ и $(100, 0,5, 1)$. Работать предпочтительнее в любом изометрическом виде (рис. 2.35).

3. Убедиться, что построенный объект имеет тип *3D solid*, (если многогранная сеть, то преобразовать в тело командой КОНВЕРТТЕЛО).

4. Скопировать построенный параллелепипед на 1 единицу по оси *OZ* (использовать объектные привязки и ортогональный режим) (рис. 2.36).

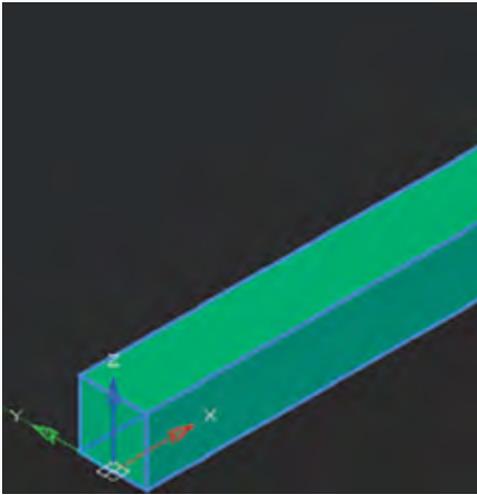


Рис. 2.35. Параллелепипед

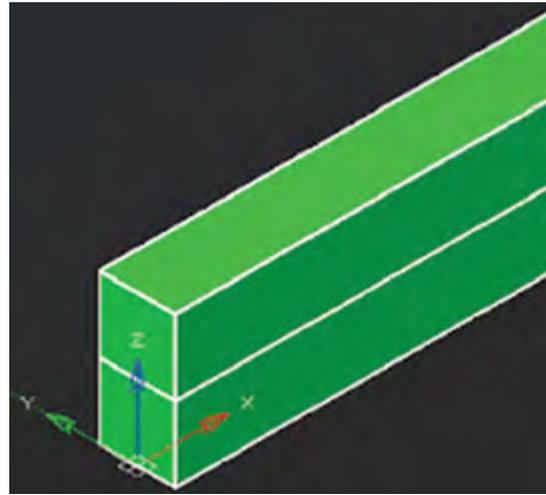


Рис. 2.36. Копирование по оси *OZ*

5. Выполнить поворот верхнего параллелепипеда относительно оси *OZ* (базовая точка с координатами $(0, 0, 1)$) на $0,5^\circ$ командой 3-ПОВ.

6. Выполнить команду ОБЪЕДИНЕНИЕ параллелепипедов, получить объединенный фрагмент.

7. Скопировать полученный фрагмент, не используя объектные привязки, указав первую точку с координатами $(0, 0, 0)$, а вторую с координатами $(0, 0, 2)$.

8. Выполнить поворот верхнего скопированного фрагмента на угол 1° относительно оси *OZ*, указав базовую точку с координатами $(0, 0, 0)$.

9. Объединить оба фрагмента в один (рис. 2.37).

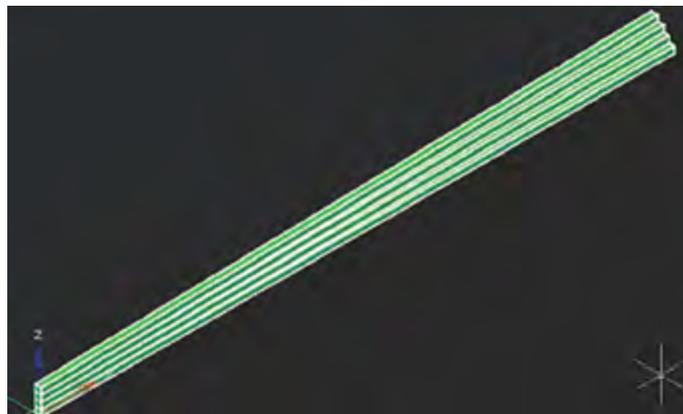


Рис. 2.37. Поворот параллелепипедов на 1°

10. Выполнить несколько шагов 7–9, каждый раз вдвое увеличивая расстояние смещения для команды копирования и угол для команды поворота (для первого повтора шаг смещения равен 4, а угол поворота равен 2; для второго повтора, соответственно, 8 и 4, для третьего — 16 и 8 и т.д.). Довести высоту геликоида до 256. Переключить визуальный стиль на РЕАЛИСТИЧНЫЙ. Посмотреть на построенный фрагмент геликоида с разных точек зрения, используя инструмент ЗАВИСИМАЯ ОРБИТА (рис. 2.38).

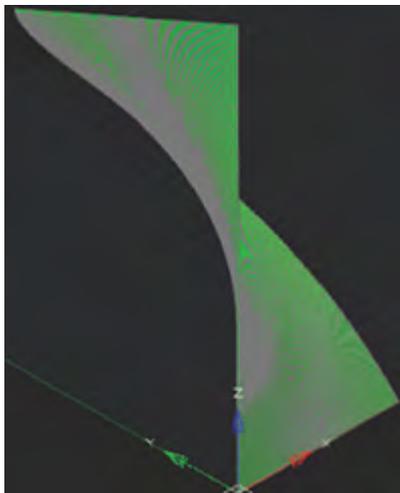


Рис. 2.38. Фрагмент геликоида



Рис. 2.39. Геликоид и плоскость

11. Создать сечение фрагмента геликоида: для этого нужно перейти в слой «Пересечение с плоскостью», сделать текущим. Построить параллелепипед с вершинами противоположных углов $(50, 0, 0)$ и $(50, 1, 110, 300)$, убедиться, что это — *3D solid*. Выполнить команду ПЕРЕСЕЧЕНИЕ, получить изображение линии пересечения (представленную *3D solid*) (рис. 2.39).

2.6. Моделирование пересечения двух цилиндрических поверхностей

1. Настроить лимиты чертежа для А3, выключить сетку за пределами ЛИМИТов, показать все поле чертежа, создать три слоя: «Полуцилиндры» (цвет — синий), «Объединение полуцилиндрических поверхностей» (цвет — зеленый) и «Пересечение полуцилиндрических поверхностей» (цвет — красный). Сделать слой «Полуцилиндры» текущим слоем.

2. Выполнить команду 3-ЦИЛИНДР, указав в качестве центра основания точку с координатами $(0, 0)$; остальные параметры: радиус 20; высота 40. Затем развернуть его командой 3-ПОВ, указав базовую точку $(0, 0, 0)$; ось поворота — Y , угол поворота -90° . Скопировать полученный цилиндр и развернуть копию на 90° командой ПОВ относительно середины оси цилиндра, используя шаговые или объектные привязки (рис. 2.40).

3. Скопировать цилиндры и изменить в копиях радиусы обоих цилиндров на 19,5. Выполнить команду ОБЪЕДИНЕНИЕ два раза: вначале для первоначально созданных цилиндров с радиусами 20, затем — для цилиндров-копий с радиусами 19,5. Вернуть объединенные копии цилиндров с меньшими радиусами в прежнее положение. Вычесть из объединенных оригинальных цилиндров объединенные цилиндры уменьшенного радиуса (команда ВЫЧИТАНИЕ) (рис. 2.41). Перенести получившийся объект в слой «Объединение полуцилиндрических поверхностей».

4. Создать прямоугольный параллелепипед с размерами и положением, обеспечивающими пересечение его с полученным объектом (например, с координатами точки первого угла $(-5, -25)$; с координатами точки второго угла $(45, 25)$; с высотой 25). Выполнить команду ПЕРЕСЕЧЕНИЕ, указав в качестве операндов параллелепипед и пересекающи-

еся цилиндры. Посмотреть на получившийся объект с разных точек зрения в аксонометрии (рис. 2.42).



Рис. 2.40. Пересечение цилиндров

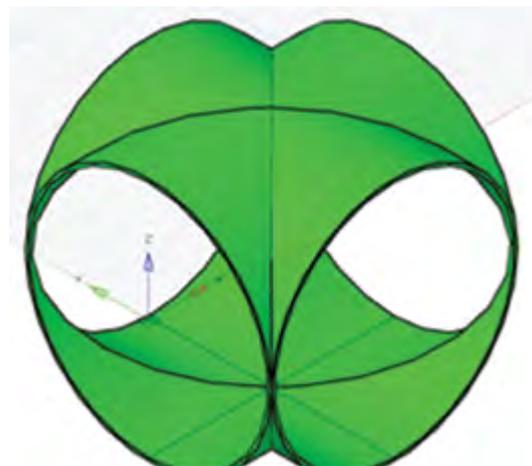


Рис. 2.41. Пересечение цилиндрических поверхностей

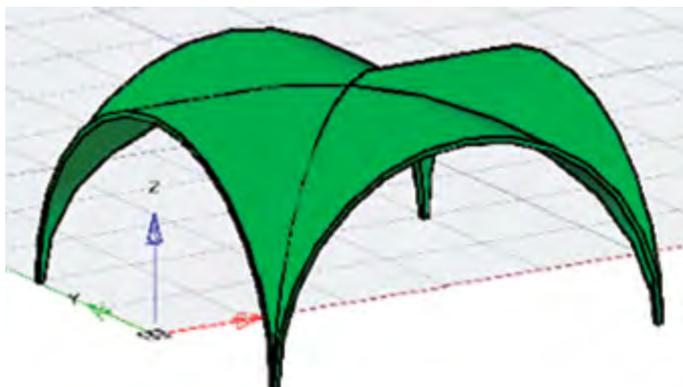


Рис. 2.42. Пересечение полуцилиндрических поверхностей

5. Перейти в слой «Пересечение полуцилиндрических поверхностей» и обвести линию пересечения полуцилиндров командой ОТР, используя при необходимости объектные привязки. Посмотреть результат в визуальном стиле — ТОНИРОВАННЫЙ С КРОМКАМИ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Короев Ю.И. Начертательная геометрия : учебник / Ю.И. Короев. — Москва : КноРус, 2015. — 422 с. — ISBN 978-5406-04297-7.
2. Кувшинов Н.С. Начертательная геометрия. Краткий курс : учебное пособие / Н.С. Кувшинов. — Москва : КноРус, 2016. — 150 с. — ISBN 978-5-406-04925-9.
3. Норден А.П. Теория поверхностей / А.П. Норден. — Москва : URSS, 2019. — 264 с. — ISBN 978-5-9710-6234-9.
4. Сальков Н.А. Начертательная геометрия: конструирование поверхностей : учебное пособие / Н.А. Сальков. — Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2022. — 220 с. — ISBN 978-5-16-016612-4.
5. Габидулин В.М. Основы работы в папоСAD / В.М. Габидулин. — Москва : ДМК Пресс, 2018. — 176 с. — ISBN 978-5-97060-626-1.
6. Кувшинов Н.С. папоСAD Механика. Инженерная 2D и 3D компьютерная графика : учебное пособие / Н.С. Кувшинов. — Москва : ДМК Пресс, 2020. — 528 с. — ISBN 978-5-97060-839-5.
7. Поверхности в строительстве: формообразование и геометрические свойства : методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе / Т.А. Жилкина, А.В. Степура, Е.А. Степура, А.И. Царев. — Москва : Издательство МИСИ – МГСУ, 2022. — 21 с.
8. Основы папоСAD: технические чертежи : методические указания к компьютерному практикуму / А.Ю. Борисова, И.М. Гусакова, Т.А. Жилкина, А.И. Царев. — Москва : Издательство МИСИ – МГСУ, 2023. — 35 с.
9. Трехмерное моделирование в среде папоСAD : методические указания к компьютерному практикуму / Д.А. Ваванов, А.В. Ивашенко, Д.А. Ким. — Москва : Издательство МИСИ – МГСУ, 2023. — 32 с.
10. Введение в технологии информационного моделирования : методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе / Е.А. Гусарова, Б.Б. Турутин, Т.Ф. Турутина, Е.Л. Спирина. — Москва : Издательство МИСИ – МГСУ, 2023. — 37 с.